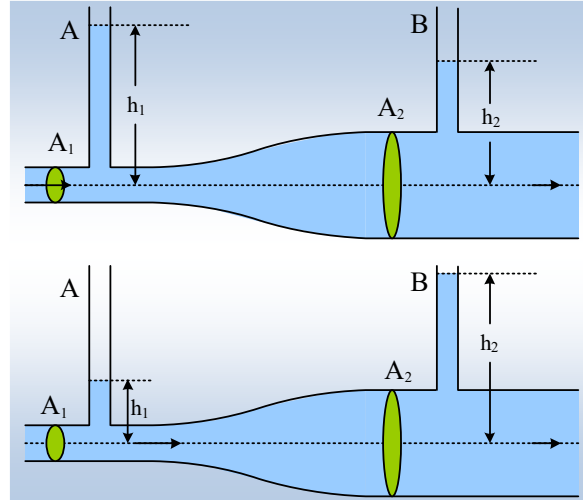


Οι ταχύτητες και οι πιέσεις σε ένα δίκτυο ύδρευσης

Σε ένα δίκτυο ύδρευσης ο κεντρικός οριζόντιος σωλήνας δεν έχει σταθερή διατομή. Θέλοντας να υπολογίσουμε την παροχή μέσω του δικτύου αυτού, επιλέγουμε μια περιοχή όπου ο σωλήνας με διατομή A_1 , ενώνεται με δεύτερο σωλήνα μεγαλύτερης διατομής A_2 . Στους δυο σωλήνες συνδέουμε δυο κατακόρυφους σωληνίσκους A και B, εντός των οποίων το νερό ανέρχεται σε κάποιο ύψος. Θεωρούμε τη ροή του νερού σαν μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.



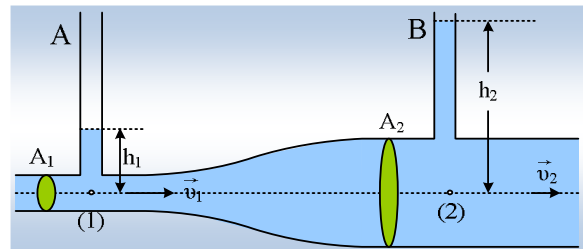
- i) Ποια είναι η εικόνα που θα πάρουμε, αυτή του πάνω ή αυτή του κάτω σχήματος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- ii) Αν $A_2=3A_1$ και $|h_1-h_2|=h=0,4\text{m}$ να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο φαρδύ σωλήνα.
- iii) Να υπολογιστεί η παροχή μέσω του δικτύου αν $A_1=200\text{cm}^2$.

Απάντηση:

- i) Έστω \vec{v}_1 και \vec{v}_2 οι ταχύτητες ροής στον στενό και φαρδύ σωλήνα αντίστοιχα. Από την εξίσωση της συνέχειας και για διατομές σωλήνων A_1, A_2 παίρνουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad (1)$$

Αλλά αφού $A_2 > A_1$ θα έχουμε $v_1 > v_2$ (2).



Παίρνουμε τώρα δύο σημεία (1) και (2) πάνω στην ίδια ρευματική γραμμή, πάνω στο άξονα των σωλήνων, κάτω ακριβώς από τους κατακόρυφους σωληνίσκους A και B. Από την εξίσωση Bernoulli παίρνουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \rightarrow (3)$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) > 0 \quad (3a)$$

Όμως τα σημεία (1) και (2) βρίσκονται στη βάση κατακόρυφης στήλης νερού σε ισορροπία, οπότε:

$$p_1 = p_{at} + \rho g h_1 \quad \text{και} \quad p_2 = p_{at} + \rho g h_2 \quad (4)$$

Αλλά αφού $p_2 > p_1$ (από την (3a)) θα έχουμε και $h_2 > h_1$ και η εικόνα που βλέπουμε είναι αυτή του παραπάνω σχήματος (η δεύτερη εικόνα στην εκφώνηση).

- ii) Αν $A_2=3A_1$ τότε η σχέση (1) μας δίνει $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow A_1 \cdot v_1 = 3 \cdot A_1 \cdot v_2 \rightarrow v_1 = 3 \cdot v_2$ (5) και με αντικατάσταση στην (3) παίρνουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \rightarrow$$

$$p_{\text{ατμ}} + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot 9v_2^2 = p_{\text{ατμ}} + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \rightarrow$$

$$9v_2^2 - v_2^2 = 2g(h_2 - h_1) \rightarrow 8v_2^2 = 2gh \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gh}{4}} = \frac{\sqrt{gh}}{2} = \frac{\sqrt{10 \cdot 0,4}}{2} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

iii) Αν $A_1=200\text{cm}^2$, τότε $A_2=600\text{cm}^2$ και η παροχή του δικτύου είναι ίση:

$$\Pi = A_2 \cdot v_2 = 600 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,06 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 60 \text{ L/s}$$

dmargaris@gmail.com