

Ο Μακρόκοσμος, ο Μικρόκοσμος και το στάσιμο κύμα. Μια ιστορική αναδρομή.

Αφορμή για την παρούσα ανάρτηση αποτέλεσε μια παλιά ιδέα για το πώς θα ήταν ενδεχομένως, τα πράγματα στην περίπτωση που οι ενδιαφερόμενοι να σπουδάσουν κάποια από τις Θετικές Επιστήμες ή και ειδικότερα τη θετικότερη απ' αυτές -τη Φυσική- στα πλαίσια ενός υποθετικού εκπαιδευτικού συστήματος που δεν θα διαχώριζε τη διδακτέα ύλη, σε αυτή που δεν εξετάζεται υποχρεωτικά (Διάβαζε Φυσική Γενικής Παιδείας) και σε αυτήν που εξετάζεται και είναι εξαιρετικά περιορισμένη (Διάβαζε Φυσική Κατεύθυνσης).

Επιπροσθέτως, με απασχολούσε η αναζήτηση μιας χρονολογικής παρουσίασης των κυματικών φαινομένων, με αφορμή την εφαρμογή κάποιων συμπερασμάτων και εννοιών που είχαν προκύψει από τη μελέτη των κυματικών φαινομένων στο Μακρόκοσμο **και** στο Μικρόκοσμο. Μετά από αρκετή αναζήτηση, βρήκα όσα αφορούν το ιστορικό υπόβαθρο σ' αυτό το κομμάτι της Φυσικής και αρχίζω με την όσο το δυνατόν πιο σύντομη παρουσίασή του.

Η ιστορία της μελέτης των κυματικών και ταλαντωτικών φαινομένων πηγαιίνει πολλούς αιώνες πίσω. Οι αρχικές μελέτες ήταν, φυσικά, περισσότερο στηριγμένες στην παρατήρηση, παρά ποσοτικές και συχνά είχαν να κάνουν με τους μουσικούς τόνους ή τα υδάτινα κύματα, δύο από τις πιο κοινές περιπτώσεις που έχουν σχέση με την κυματική κίνηση. Από την εποχή του Galileo και έπειτα, η επιστήμη των ταλαντώσεων και των κυμάτων προοδεύει ταχύτατα. Οι εξελίξεις σ' αυτή την περιοχή της Φυσικής θα μπορούσαν να ταξινομηθούν χρονικά όπως ακολούθως:
Έκτος αιώνας π.χ : Ο **Πυθαγόρας** μελέτησε την προέλευση των μουσικών ήχων και των ταλαντώσεων των χορδών.

1636 : Ο **Mersenne** παρουσίασε την πρώτη σωστή έκδοση περιγραφής των ταλαντώσεων και των κυμάτων.

1638 : Ο **Galileo** περιέγραψε τις ταλαντώσεις των εκκρεμών ,το φαινόμενο του συντονισμού και τους παράγοντες που επηρεάζουν τις ταλαντώσεις των χορδών

1678: Ο **Robert Hooke** εκφράζει το νόμο της αναλογίας μεταξύ της δύναμης και της παραμόρφωσης των ελαστικών σωμάτων. Αυτός ο νόμος δημιουργεί τη βάση για τη στατική και δυναμική θεωρία της ελαστικότητας.

1686: Ο **Newton** διερεύνησε την ταχύτητα του νερού και του ήχου στον αέρα.

1700: Ο **Saureur** υπολόγισε τη συχνότητα ταλάντωσης μιας τεταμένης χορδής.

1713: Ο **Taylor** υπολόγισε μία πλήρη δυναμική λύση για τις ταλαντώσεις μιας χορδής.

1744: Ο **Leonard Euler (1744)** και ο **Daniel Bernoulli (1751)** παρήγαγαν την εξίσωση για τις ταλαντώσεις δοκών και κατάφεραν να υπολογίσουν τις **normal modes** για διάφορες οριακές συνθήκες.

1747: Ο **D' Alembert** παρήγαγε την εξίσωση της κίνησης χορδής και έλυσε το πρόβλημα των αρχικών τιμών.

1755: Ο **D. Bernoulli** δημιούργησε την **Αρχή της Επαλληλίας** και την εφάρμοσε στις ταλαντώσεις των χορδών.

1759: Ο **Lagrange** ανέλυσε τη χορδή σαν ένα σύστημα διακριτών υλικών σωματιδίων.

1766: Ο **L. Euler** προσπάθησε να αναλύσει την ταλάντωση ενός κουδουνιού με βάση τη συμπεριφορά των καμπυλομένων δοκών. Ο **James Bernoulli (1789)** επίσης, προσπάθησε να αναλύσει αυτό το πρόβλημα.

1802: Ο **E.F.F Chlandi** ανακοίνωσε πειραματικές ανακαλύψεις στις ταλαντώσεις των δοκών και στις διαμήκεις και στροφικές ταλαντώσεις των ράβδων.

1815: Η **Madam Sophie Germain** ανέπτυξε την εξίσωση για τις ταλαντώσεις μιας πλάκας.

1821: Ο **Navier** διερεύνησε τις γενικές εξισώσεις της ισορροπίας και ταλάντωσης των ελαστικών στερεών. Αν και δεν έτυχαν της πλήρους αποδοχής όλα τα

αποτελέσματα της δουλειάς του , αυτή αντιπροσωπεύει μία από τις πιο σημαντικές εξελίξεις στη μηχανική.

1822: Ο **Gauchy** ανέπτυξε τις περισσότερες από τις απόψεις της απλής θεωρίας της ελαστικότητας συμπεριλαμβανομένων των δυναμικών εξισώσεων της κίνησης ενός στερεού. Ο **Poisson(1829)** επίσης, ανακάλυψε τις γενικές εξισώσεις.

1828: Ο **Poisson** ανακάλυψε τη διάδοση των κυμάτων δια μέσου ενός ελαστικού μέσου. Βρήκε ότι δύο τύποι κυμάτων, τα διαμήκη και τα εγκάρσια , μπορούσαν να υπάρχουν. Ο **Gauchy(1830)** επέτυχε ένα παρόμοιο αποτέλεσμα. Ο **Poisson** επίσης έλυσε το πρόβλημα των ακτινικών ταλαντώσεων μιας σφαίρας.

1828: Ο **Poisson** δημιούργησε προσεγγιστικές θεωρίες για τις ταλαντώσεις των ράβδων.

1862: Ο **Glebsch** θεμελίωσε τη γενική θεωρία των ελεύθερων ταλαντώσεων των στερεών σωμάτων χρησιμοποιώντας **normal modes**.

1872: Ο **J.Hopkinson** εκτέλεσε τα πρώτα πειράματα στη διάδοση πλαστικών κυμάτων σε καλώδια.

1876: Ο **Pochhammer** δημιούργησε την εξίσωση συχνότητας για τη διάδοση των κυμάτων σύμφωνα με τις εξισώσεις της ελαστικότητας. Ο **Chree(1889)** διεξήγαγε παρόμοιες μελέτες.

1880: Ο **Jaerisch** ανέλυσε το γενικό πρόβλημα των ταλαντώσεων μιας σφαίρας. Στο ίδιο αποτέλεσμα κατέληξε ανεξάρτητα και ο **Lamb(1882)**.

1882: Ο **Hertz** ανέπτυξε την πρώτη επιτυχημένη θεωρία της πρόσκρουσης.

1883: Ο **St. Venant** συνένωσε τη δουλειά στην πρόσκρουση των προηγούμενων ερευνητών και παρουσίασε τα αποτελέσματά του στην εγκάρσια πρόσκρουση.

1887: Ο **Rayleigh** ανακάλυψε τη διάδοση των επιφανειακών κυμάτων σ' ένα στερεό.

1888: Ο **Rayleigh** και ο **Lamb (1889)** παρήγαγαν την εξίσωση συχνότητας για κύματα σε δίσκο, σύμφωνα με την ακριβή θεωρία της ελαστικότητας.

1904: Ο **Lamb** πραγματοποίησε την πρώτη ανακάλυψη της διάδοσης παλμού σε στερεό ελεύθερο ως προς την μία διάστασή (διεύθυνση)του.

1911: Ο **Love** ανέπτυξε τη θεωρία των κυμάτων σ' ένα λεπτό στρώμα υπερκείμενο στερεού και έδειξε ότι τέτοια κύματα ευθύνονται για κάποιες ανωμαλίες σε σειсмоγραφικές καταγραφές.

1914: Ο **B.Hopkinson** εκτέλεσε πειράματα στη διάδοση ελαστικών παλμών σε ράβδους.

1921: Ο **Timoshenko** ανέπτυξε μια θεωρία για λεπτές ράβδους η οποία εξηγούσε τη διατμητική παραμόρφωση (shear deformation).

1930: Ο **Donell** μελέτησε το φαινόμενο ενός μη γραμμικού νόμου δύναμης παραμόρφωσης κατά τη διάδοση κυμάτων πίεσης σε μία ράβδο.

1942: Οι **Von Karman, Taylor(1942)** και **Rakmatulin** ανέπτυξαν μία θεωρία για ένα -μίας διάστασης πεπερασμένου πλάτους - πλαστικό κύμα.

1949: Ο **Davies** δημοσίευσε μία εκτεταμένη θεωρητική και πειραματική μελέτη στα κύματα σε δοκούς.

1951: Ο **Mindlin** παρουσίασε μία προσεγγιστική θεωρία για κύματα σε μια πλάκα η οποία παρείχε μία γενική βάση για την ανάπτυξη θεωριών υψηλότερης τάξης για πλάκες (ελάσματα) και ράβδους.

1951: Ο **Malvern** ανέπτυξε μία θεωρία με γραμμική εξάρτηση ανάμεσα στη δύναμη και την παραμόρφωση για τη διάδοση πλαστικών κυμάτων.

1955: Ο **Perkeris** παρουσίασε τη λύση στο πρόβλημα του **Lamb** για τη διάδοση παλμού σε στερεό ελεύθερο ως προς τη μία διάστασή του.

Οι εξελίξεις στη διάδοση κυμάτων δεν σταματούν βεβαίως το 1955, αλλά συνεχίζονται και έχουν να κάνουν με τη δημιουργία διαφόρων προσεγγιστικών θεωριών για τη διάδοση των κυμάτων σε δίσκους και ράβδους, καθώς και με την ανάλυση παροδικών καταστάσεων φορτίου. Η διάδοση κυμάτων σε ημιχώρους ,

ελάσματα και ράβδους έτυχε σημαντικού ενδιαφέροντος .Η ανάπτυξη προσεγγιστικών τεχνικών για την ανάλυση της διάθλασης έχει γίνει ήδη με επιτυχία. Τέλος, η χρήση των υπολογιστών κατέστησε δυνατή την επίλυση ενός αριθμού προβλημάτων ,που σε άλλη περίπτωση θα ήταν αδιερεύνητα.

A. Το στάσιμο κύμα στο μακρόκοσμο

A₁.Περιοδικά κύματα-Το ημιτονοειδές κύμα.

Θα αναφερθώ σε κάποιες βασικές έννοιες της κυματικής που όλοι γνωρίζουμε, όχι για να κουράσω ,αλλά γιατί θα τις χρειαστώ στη συνέχεια, προκειμένου να μεταφέρω τα τεκταινόμενα στον μακρόκοσμο σε σχέση με το στάσιμο κύμα και στο μικρόκοσμο. Ένα περιοδικό κύμα χαρακτηρίζεται από την συχνότητά του , την ταχύτητα διάδοσής του και το μήκος κύματός του.Τα τρία αυτά μεγέθη συνδέονται με τη θεμελιώδη σχέση της κυματικής:

$$u=f \cdot \lambda$$

Στην περίπτωση κυμάτων που η ταχύτητά τους δεν εξαρτάται από τη συχνότητα ή το μήκος κύματος (**nondispersive waves**), όπως είναι τα ηχητικά κύματα ή τα φωτεινά κύματα, όταν διαδίδονται στο κενό κύματα διαφορετικών συχνοτήτων διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα με αποτέλεσμα, ήχοι από διαφορετικά όργανα μιας ορχήστρας να φθάνουν ταυτόχρονα στον ακροατή. Στην αντίθετη περίπτωση, το αποτέλεσμα δεν θα ήταν αρμονικό. Η περίοδος T του κύματος που είναι το αντίστροφο της συχνότητας f συσχετίζεται με το ύψος του τόνου του ήχου. Για παράδειγμα, μικρή περίοδος ,άρα μεγάλη συχνότητα, σημαίνει υψηλή νότα. Οι ήχοι που καθορίζουν τις νότες είναι περιοδικοί ήχοι. Στα κύματα φωτός η συχνότητα αντιστοιχεί στο χρώμα. Το καφέ χρώμα που δεν υπάρχει στο ουράνιο τόξο δεν είναι περιοδικό κύμα φωτός.

Από τις διάφορες περιπτώσεις περιοδικών κυμάτων το **ημιτονοειδές κύμα** είναι η σημαντικότερη περίπτωση. Οι Φυσικοί και οι Μηχανικοί, πιθανότατα, να αισθάνονται άβολα, ορίζοντας ως κυματομορφή με ορισμένη συχνότητα και μήκος κύματος, μια κυματομορφή όπως ο ήχος του φωνήεντος "α". Προφανώς, η ενόχληση τους δεν είναι θέμα προκατάληψης ή διαίσθησης αλλά έχει να κάνει με το ότι ο Γάλλος Μαθηματικός **Fourier** έδειξε ότι κάθε περιοδικό κύμα συχνότητας f μπορεί να δημιουργηθεί από την επαλληλία ημιτονοειδών κυμάτων με συχνότητες f, 2f ,3fΑπό την άποψη αυτή τα ημιτονοειδή κύματα είναι τα βασικά δομικά υλικά όλων των κυμάτων. Η διευκρίνιση αυτή γίνεται, γιατί, το πόσο σπουδαίο είναι κάτι, είναι τελικά και θέμα του πόσο χρήσιμο είναι. Για παράδειγμα, η ακοή μας αντιλαμβάνεται δύο ήχους διαφορετικής συχνότητας ως ήχους του ίδιου τόνου, ανεξάρτητα από το αν αυτοί είναι ημιτονοειδή κύματα ή όχι. Αντίθετα η όρασή μας αντιλαμβάνεται ένα χρώμα ως απλό (δηλαδή ότι ανήκει στα χρώματα του ουράνιου τόξου), μόνον, αν το κύμα που του αντιστοιχεί είναι ημιτονοειδές.

A₂.Κύματα διασποράς (dispersive waves).

Στην περίπτωση που η ταχύτητα ενός κύματος δεν εξαρτάται από τη συχνότητα ή το μήκος κύματος η σχέση $u=f \lambda$ καθορίζει μια σταθερή σχέση μεταξύ δύο οιοδήποτε παραμέτρων ,αν η τρίτη παραμένει σταθερή. Υπάρχουν, όμως, κύματα που η ταχύτητα τους εξαρτάται από την συχνότητα και το μήκος κύματος και ονομάζονται **κύματα διασποράς(dispersive waves)**, όπως τα υδάτινα επιφανειακά κύματα, που η ταχύτητά τους εξαρτάται από το βάθος του νερού: δηλαδή αυξάνει με το βάθος του νερού. Σε δεδομένο βάθος νερού, τα μεγαλύτερου μήκους κύματος κύματα διαδίδονται ταχύτερα. Γι' αυτό και στην περίπτωση θύελλας είναι αυτά που συναντούν πρώτα το πλοίο. Το γεγονός αυτό της μη ταυτόχρονης άφιξης των κυμάτων χαρακτηρίζεται ως **διασπορά (dispersion)**. Στα υδάτινα επιφανειακά κύματα, **διασπορά** παρατηρείται και στο πλάτος του κύματος, όπου κύματα διαφορετικού πλάτους διαδίδονται με διαφορετική ταχύτητα. Πάντως αυτό το φαινόμενο δεν είναι γραμμικό. Η αλλαγή του βάθους του νερού προκαλεί αλλαγή στο μήκος κύματος και στην περίπτωση των ωκεάνιων

κυμάτων, καθώς αυτά επιβραδύνονται, όταν πλησιάζουν στην ακτή. Η κορυφή του κύματος “κουλουριάζεται” και τελικά καταλήγει σε “διαρρηγμένο κύμα” (Breaking wave) (εικόνα 1), δηλαδή ένα κύμα στο οποίο, όταν το πλάτος του αποκτήσει μία συγκεκριμένη τιμή, μεγάλο ποσό της ενέργειας του κύματος μετατρέπεται σε στροβιλώδη κινητική ενέργεια. Μια απλουστευμένη -και στα πλαίσια της Λυκειακής Φυσικής- σκέψη που θα μπορούσε να δικαιολογήσει το φαινόμενο του κύματος επιφανείας, που πλησιάζει την ακτή θα ήταν ότι, καθώς το μήκος κύματος του κύματος μικραίνει, η ενέργεια του κύματος πρέπει να κατανεμηθεί χωρικά σε μικρότερη έκταση (μικρότερο μήκος κύματος) με αποτέλεσμα να αυξάνεται το πλάτος του κύματος.



(εικόνα 1)

Η ταχύτητα διάδοσης της φάσης ενός κύματος ονομάζεται **ταχύτητα φάσης (phase velocity) u_p** , και αποτελεί την ταχύτητα διάδοσης οποιουδήποτε χαρακτηριστικού του κύματος (π.χ της κορυφής του). Μία ταχύτητα που δεν μεταφέρει κάποιο φυσικό μέγεθος (π.χ μάζα, ενέργεια, ορμή), δηλαδή “κάτι που έχει φυσική υπόσταση”, μοιάζει να είναι “άχρηστη”. Σ’ αυτό το σημείο, ας μου επιτραπεί να σχολιάσω ότι η Ελληνική γλώσσα δίνει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε όρους όπως “φυσικό μέγεθος ή φυσική υπόσταση” για κάτι που θέλουμε να δηλώσουμε ότι “υπάρχει”, αντί του επιστημονικά αγοραίου όρου της σημερινής Διεθνούς γλώσσας “stuff=πράμα ή υλικό” που συνήθως χρησιμοποιείται για να δηλώσει ενόχληση ή αποδοκιμασία. Όμως και κάτι που θεωρείται άχρηστο, πολλές φορές είναι χρήσιμο και μόνο γιατί μας κάνει να αναζητήσουμε και να ορίσουμε τι είναι χρήσιμο, όπως θα δούμε στη συνέχεια, όταν θα ασχοληθούμε με το μικρόκοσμο.

Στην περίπτωση ενός ημιτονοειδούς κύματος που εκτείνεται απείρως μακριά δεν υπάρχει η δυνατότητα να θεωρήσουμε ότι κάποιο φυσικό μέγεθος π.χ η ενέργεια μεταφέρεται από μια περιοχή του χώρου σε κάποια άλλη με τη **φασική ταχύτητά u_p** , αφού δεν μπορεί κάποιος να διακρίνει σ’ αυτό αρχή και τέλος.

Ένα κύμα διασποράς, στην απλούστερη δυνατή εκδοχή του, μπορεί να θεωρηθεί ως η επαλληλία δύο συνιστώντων κυμάτων με μήκη κύματος που διαφέρουν ελάχιστα μεταξύ τους και αντίστοιχα είναι λ και $\lambda+d\lambda$. Οι φασικές ταχύτητες τους στο μέσο διάδοσης είναι αντίστοιχα u και $u+du$.

Στο **σχήμα 1** φαίνονται τα κύματα – συνιστώσες τις χρονικές στιγμές t και $t+\Delta t$

(Δt διότι θεωρούμε ένα χρονικό διάστημα που δεν είναι απαραίτητα απειροστό, ώστε στη διάρκειά του, τα κύματα να διαδίδονται μέσα στο μέσο σε αποστάσεις που η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται). Τη χρονική στιγμή t οι κορυφές Γ και Γ' είναι σε φάση και δημιουργούν ένα μέγιστο που αποτελεί το κυρίαρχο “τοπικό” χαρακτηριστικό του κύματος διασποράς. Τη χρονική στιγμή $t+\Delta t$ η κορυφή Δ' του κύματος μήκους κύματος $\lambda+d\lambda$ και ταχύτητας $u+du$ “προσπερνάει” την κορυφή Δ του κύματος μήκους κύματος λ και σχηματίζεται πάλι μέγιστο. Η σύμπτωση των

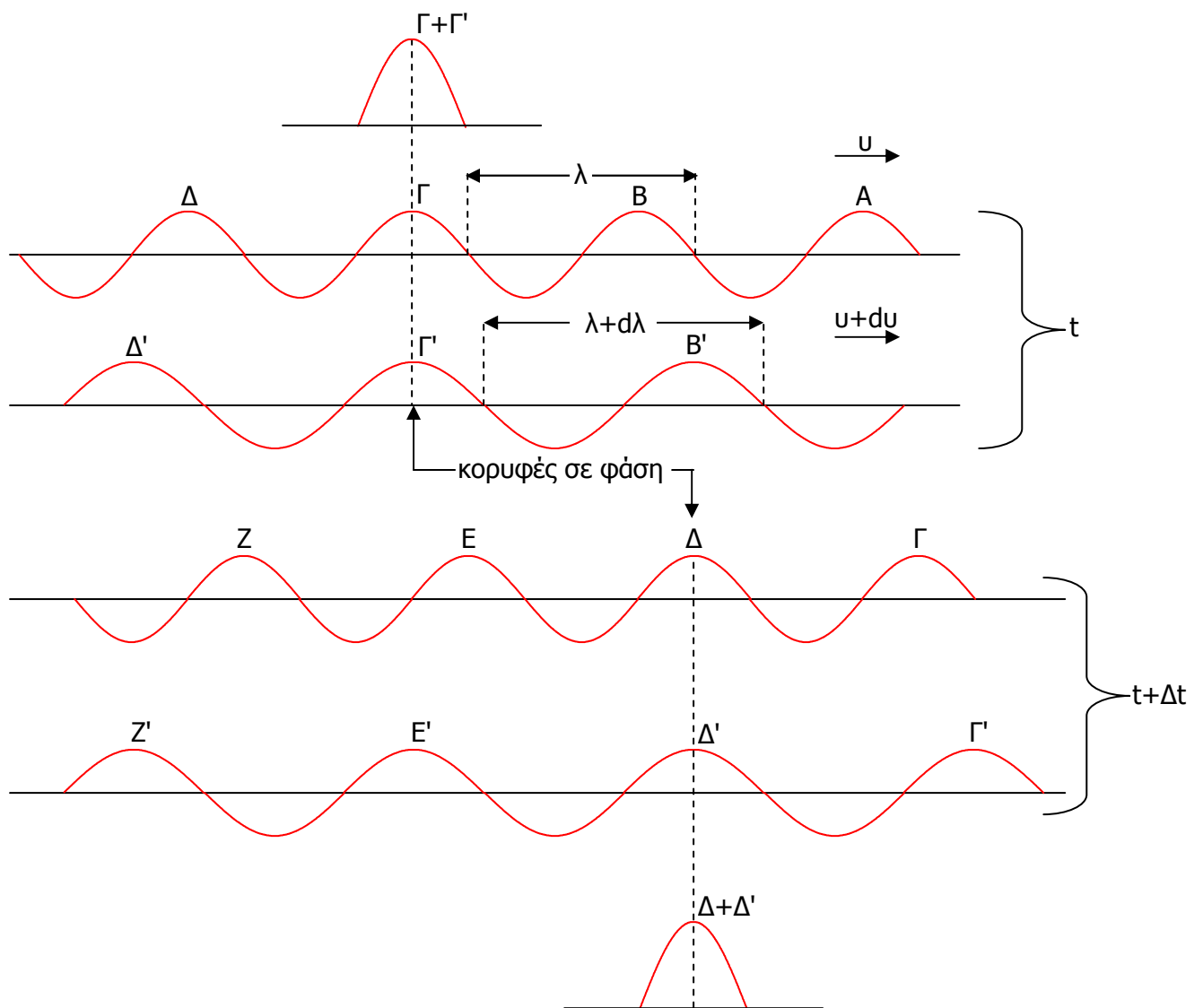
κορυφών των δύο κυμάτων Δ και Δ' "εντοπίζει" το μέγιστο του κύματος διασποράς. Ορίζουμε ως **ομαδική ταχύτητα** (group velocity) u_g την ταχύτητα με την οποία μετακινείται το μέγιστο του κύματος διασποράς. Καθώς το κύμα διασποράς διαδίδεται μέσα στο μέσο διασκορπίζονται τα κύματα –συνιστώσες τα οποία διαδίδονται με διαφορετικές ταχύτητες. Σ' αυτήν την περίπτωση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάποιο φυσικό μέγεθος π.χ. η ενέργεια μεταφέρεται με την **ομαδική ταχύτητα** u_g αφού το περιοδικά εμφανιζόμενο μέγιστο δίνει τη δυνατότητα να εντοπίσουμε πότε για παράδειγμα η μεταφερόμενη ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Κατά τη διάρκεια του χρόνου Δt η κορυφή Δ' μετακινείται κατά $x'=(u+du)\Delta t$ (1) και η κορυφή Δ αντίστοιχα κατά $x=u\Delta t$ (2). Αλλά $x' - x = d\lambda \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{d\lambda}{du}$ (3)

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το μέγιστο της κορυφής που προκύπτει από την επαλληλία των δύο κυμάτων μετακινείται κατά $u\Delta t - \lambda$. Άρα $u_g = \frac{u\Delta t - \lambda}{\Delta t} = u - \frac{\lambda}{\Delta t} \stackrel{(3)}{\Rightarrow}$

$$u_g = u - \lambda \frac{du}{d\lambda} \quad (4)$$

Η τελευταία σχέση συνδέει την ομαδική ταχύτητα u_g με την φασική ταχύτητα $u=u_p$.



(Σχήμα 1)

Ο ρυθμός διάδοσης της κορυφής – άθροισμα ($\Gamma + \Gamma'$, $\Delta + \Delta'$) ορίζεται ως **ομαδική ταχύτητα** u_g του κύματος.

A₃. Στάσιμα Κύματα σε χορδή μήκους L με ακίνητα άκρα.

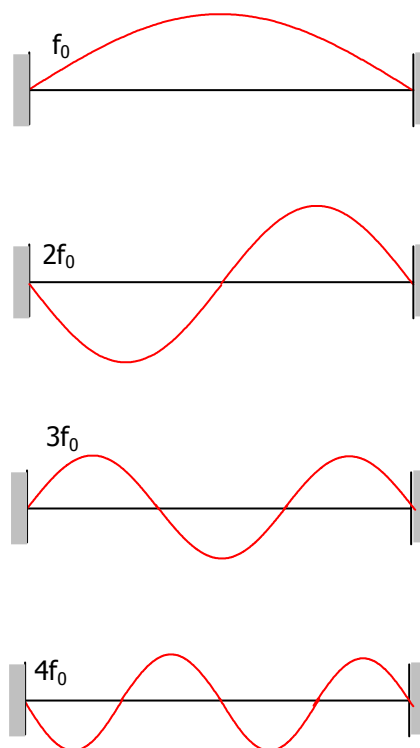
Τα ημιτονοειδή κύματα είναι τα μόνα κύματα που έχουν την μαθηματική ιδιότητα, όταν αθροίζουμε κύματα που έχουν το ίδιο μήκος κύματος, να δίνουν ημιτονοειδές κύμα του ίδιου μήκους κύματος. Αυτός είναι και ο λόγος που το ημιτονοειδές κύμα είναι το μοναδικό το οποίο μπορεί να δημιουργήσει **στάσιμο κύμα**. Δηλαδή, μια διαρκής ταλάντωση σ' ένα τμήμα ενός μέσου η οποία δεν μεταφέρεται, καθώς τα άκρα του τμήματος του μέσου παραμένουν ακίνητα. Αυτό σημαίνει ότι το ημιτονοειδές κύμα παράγει τη μορφή του, αν κάποιος βρει την κατάλληλη συχνότητα, διότι κανένα άλλο σχήμα δεν είναι δυνατό, καθώς δύο ημιτονοειδή κύματα "πηγαίνουν και έρχονται" αλληλοαναιρούμενα στα άκρα του τμήματος του μέσου, με αποτέλεσμα το "άθροισμά τους" να εμφανίζεται σταθερό. Ας θεωρήσουμε μια τεντωμένη ελαστική χορδή μήκους L τα άκρα της οποίας είναι σταθερά. Δημιουργούμε κτυπώντας τη χορδή ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται με συγκεκριμένη ταχύτητα u . Το κύμα ανακλάται στα ακίνητα άκρα της χορδής και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Η σχέση που συνδέει τις τιμές συχνότητας με το μήκος της χορδής και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $L = n \frac{\lambda}{2}$ με $n=1,2,3...$

$$\text{ή } L = n \frac{u}{2f} \text{ ή } f = n \frac{u}{2L} \quad n=1,2,3... \quad (5) \quad (\text{Σχήμα 2})$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι για τις τιμές της παραμέτρου $n=1,2,3...$, αντίστοιχα προκύπτουν οι τιμές συχνότητας $f_0 = \frac{u}{2L}$, $2f_0$, $3f_0$, $4f_0$...

Η συχνότητα για $n=1$ ονομάζεται θεμελιώδης ή πρώτη αρμονική, η συχνότητα για $n=2$ δεύτερη αρμονική κλπ. Κάθε μία αρμονική είναι και ένας τρόπος ταλάντωσης της χορδής, γνωστοί με τον όρο **normal modes**.

Το γεγονός ότι στάσιμο κύμα δημιουργείται για συγκεκριμένες τιμές συχνότητας είναι στην ουσία του η πρώτη εμφάνιση της ιδέας της **κβάντωσης(!)** των τιμών που μπορεί να πάρει ένα φυσικό μέγεθος.



(Σχήμα 2)

B. Το στάσιμο κύμα στο μικρόκοσμο

Η Κβαντομηχανική ή Κβαντική Θεωρία είναι η θεωρία που στην Ανατολή του 20^{ου} αιώνα άλλαξε την εικόνα που υπήρχε για τον κόσμο των στοιχειωδών σωματιδίων και τις αλληλεπιδράσεις τους και μαζί με τη Θεωρία της Σχετικότητας αποτελούν τους δύο πυλώνες του οικοδομήματος της σύγχρονης Φυσικής. Ένα σύντομο χρονολόγιο για την εξέλιξη της Κβαντομηχανικής (Παλαιάς και Νέας) είναι:

Το [1900](#) ο [Max Planck](#) μελετά την ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος. Προσπαθεί να βελτιώσει μια σχέση, στην οποία είχε καταλήξει πριν από αυτόν ο Wien, που αφορά την κατανομή της ακτινοβολούμενης ενέργειας στις διάφορες συχνότητες. Το πετυχαίνει, χρησιμοποιώντας την υπόθεση πως το φως εκπέμπεται από ένα μέλαν σώμα, μόνο, σε συγκεκριμένα ποσά ενέργειας (κβάντα) ανάλογα με τη συχνότητά του. Ο Planck παρουσίασε τη σχετική εργασία, στις 14 Δεκεμβρίου του 1900, στο Συνέδριο της Γερμανικής Φυσικής Εταιρείας στο Βερολίνο.

Το [1905](#) ο [Einstein](#) σε μια προσπάθεια ερμηνείας του φωτοηλεκτρικού φαινομένου γενικεύει την ιδέα του [Planck](#), προτείνοντας ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συνίσταται από κβάντα. Κάθε κβάντο περιέχει την ελάχιστη δυνατή ενέργεια που μπορεί να υπάρξει για κάθε συγκεκριμένο μήκος κύματος. Το [1906](#) χρησιμοποιεί την έννοια της κβάντωσης για να ερμηνεύσει την ειδική θερμότητα των στερεών σε χαμηλές θερμοκρασίες.

Το [1911](#) ο [Ernest Rutherford](#) προτείνει το πλανητικό μοντέλο για το άτομο, σύμφωνα με το οποίο τα ηλεκτρόνια κινούνται γύρω από ένα πυρήνα που συγκεντρώνει το μεγαλύτερο μέρος της μάζας του ατόμου. Το μοντέλο αυτό ήταν ασυμβίβαστο με την [κλασική φυσική](#), διότι, σύμφωνα με αυτήν, τα ηλεκτρόνια θα έπρεπε κατά την κίνησή τους να εκπέμπουν ακτινοβολία με αποτέλεσμα να χάνουν ενέργεια και έτσι τελικά να πέφτουν πάνω στον πυρήνα. Τα άτομα, επομένως, θα ήταν ασταθή.

Το [1913](#) ο [Niels Bohr](#) προτείνει ότι η [στροφορμή](#) των ηλεκτρονίων που κινούνται σε τροχιά γύρω από τον πυρήνα του ατόμου μπορεί να είναι μόνο ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας $h/2\pi$, δηλαδή εμφανίζεται και αυτή σε κβάντα. Από αυτό προέκυψε ότι οι τροχιές πάνω στις οποίες μπορούσαν να βρίσκονται τα ηλεκτρόνια ήταν συγκεκριμένες και επομένως κι η ενέργειά τους το ίδιο. Ένα άτομο εκπέμπει ακτινοβολία μόνο, όταν ένα ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει από μια τροχιά σε άλλη και η διαφορά τους σε ενέργεια είναι $|E_2 - E_1| = hf$. Έτσι, προέκυψαν οι πρώτοι κανόνες που προσπαθούν να ερμηνεύσουν το φάσμα της ακτινοβολίας που εκπέμπουν ή απορροφούν τα διάφορα υλικά.

Στην περίοδο [1914](#) – [1919](#) οι [J.Franck](#) και [G.Hertz](#) επιβεβαιώνουν πειραματικά την ύπαρξη σταθερών ενεργειακών καταστάσεων, μετρώντας την ενέργεια που χάνουν ηλεκτρόνια που έχουν επιταχυνθεί όταν συγκρούονται με άτομα.

Ο [A.Sommerfeld](#) επεξεργάζεται περαιτέρω τη θεωρία του [N.Bohr](#) και το αποτέλεσμα είναι αυτό που ονομάζεται [παλιά κβαντική θεωρία](#). Αν και πολλά πειραματικά δεδομένα εξηγούνται από αυτήν, υπάρχουν και άλλα που παραμένουν ανεξήγητα, όπως το φαινόμενο [Zeeman](#).

Το [1923](#) ο [Arthur Compton](#) δείχνει ότι οι ακτίνες X παρουσιάζουν χαρακτηριστικά κυματικό και σωματιδιακό ([φαινόμενο Compton](#)). Ο [Louis De Broglie](#) προτείνει ότι και τα υλικά σωματίδια συμπεριφέρονται μερικές φορές ως [κύματα](#). Αυτό γίνεται γνωστό ως πρόβλημα του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού, ενώ τα κύματα ύλης που προβλέπονται από αυτόν το συλλογισμό καθιερώθηκε να αποκαλούνται κύματα [De Broglie](#).

Το [1925](#) ο [Wolfgang Pauli](#) εισάγει την [απαγορευτική αρχή](#) για τα ηλεκτρόνια, σύμφωνα με την οποία δύο ηλεκτρόνια δεν είναι δυνατόν να βρίσκονται στην ίδια

κβαντική κατάσταση. Η αρχή αυτή, σε συνδυασμό με τη θεωρία του [Bohr](#), εξηγεί την σταθερότητα των ατόμων. Την ίδια χρονιά, οι [Uhlenbeck](#) και [Goudsmit](#) εισάγουν την έννοια της ιδιοστροφομής ([σπιν](#)) που δίνει ένα καινούργιο κβαντικό αριθμό, ο οποίος ήταν απαραίτητος για την εφαρμογή της αρχής του [Pauli](#).

Ο όρος «κβαντική φυσική» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στο έργο «*Planck's Universe in Light of Modern Physics*» του [Johnston](#).

Μέχρι την εποχή αυτή, η κβαντική θεωρία δεν είχε κάποια γενική δομή και μαθηματικό υπόβαθρο. Ήταν ένα σύνολο από υποθέσεις, εμπειρικούς κανόνες, μεθόδους υπολογισμού και θεωρήματα και όχι μια συνεκτική θεωρία. Δεν υπήρχε σαφής αιτιολόγηση όλων αυτών και, έτσι, πολλοί θεωρούν αυτούς τους πρώτους νόμους φαινομενολογικούς. Η κατάσταση άλλαξε από δύο ανεξάρτητες προσπάθειες, του [Werner Heisenberg](#) και του [Erwin Schrodinger](#).

Ο όρος «Κβαντική Μηχανική» εμφανίζεται για πρώτη φορά σε μελέτη του [Born](#) το 1924, με τίτλο "Περί της κβαντομηχανικής" (Zur Quantenmechanik).

Το [1925](#) ο [Heisenberg](#) αναπτύσσει μια μαθηματική δομή για την κβαντική θεωρία, βασισμένη στα μαθηματικά των ([πινάκων](#)). Ο ίδιος, ωστόσο, αγνοεί αυτό το τμήμα των Μαθηματικών και αναγκάζεται να εφεύρει τον φορμαλισμό από την αρχή. Ο [Heisenberg](#) βασίζεται σε μια ιδέα της σχολής του Γκέτιγκεν, σύμφωνα με την οποία τα μεγέθη εκείνα που δεν μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα πρέπει να απορριφθούν και να ασχολείται κανείς μόνο με παρατηρήσιμα μεγέθη.

Το [1926](#) ο [Schrodinger](#), ανεξάρτητα από τον [Heisenberg](#) και την σχολή του Göttingen (Γκέτιγκεν), προτείνει μια εξίσωση που περιγράφει τα κύματα [De Broglie](#). Δεχόμενος ότι υπάρχει μια συνάρτηση κύματος $\Psi(x,y,z,t)$ που αντιστοιχεί με ένα κινούμενο σωματίδιο, αναζητά την γενική διαφορική εξίσωση η οποία θα ικανοποιείται από την Ψ . Έτσι, καταλήγει στην περίφημη εξίσωση Schrodinger. Η εξίσωση αυτή αποτέλεσε απαραίτητο εργαλείο για την μελέτη της κίνησης των σωματιδίων, ιδιαίτερα, όταν αυτά βρίσκονται μέσα σε πεδίο δυνάμεων.

Την ίδια περίοδο πέφτει στα χέρια του [Paul Dirac](#) ένα αντίγραφο της εργασίας του [Heisenberg](#). Ο [Dirac](#) είχε αποφοιτήσει ως μηχανικός από το πανεπιστήμιο του Bristol και στη συνέχεια πήρε πτυχίο Μαθηματικών. Έτσι, ήταν ήδη εξοικειωμένος με την άλγεβρα των πινάκων. Επεξεργάζεται, λοιπόν, την εργασία και στέλνει πίσω στον [Heisenberg](#) την δική του προσέγγιση.

Το [1927](#) οι [Davisson](#) και [Germer](#) επιβεβαιώνουν πειραματικά την άποψη του [De Broglie](#) για την επέκταση του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού στα σωματίδια ύλης, με την σκέδαση ηλεκτρονίων πάνω σε ένα κρύσταλλο. Το αποτέλεσμα της σκέδασης υποδεικνύει μια καθαρά κυματική συμπεριφορά.

Ο [Pauli](#) εισάγει στον φορμαλισμό το spin του ηλεκτρονίου.

Τον ίδιο χρόνο ο [Von Neumann](#) αναπτύσσει μια ολοκληρωμένη και αυστηρή μαθηματική βάση για την κβαντομηχανική, κεντρικά στοιχεία της οποίας είναι οι γραμμικοί τελεστές που δρουν πάνω σε χώρους Hilbert.

Ο [Born](#) συσχετίζει τις κυματοσυναρτήσεις που προκύπτουν από την εξίσωση [Schrodinger](#) με την έννοια της πιθανότητας. Συγκεκριμένα, ερμηνεύει το τετράγωνο

του μέτρου της κυματοσυνάρτησης $|\Psi(x,y,z,t)|^2$, ως την πυκνότητα πιθανότητας να βρεθεί το εξεταζόμενο σύστημα στις συντεταγμένες x,y,z,t . Η εξέλιξη αυτή θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμη, καθώς τα κβαντικά κύματα νοούνται πλέον ως κύματα πιθανότητας και όχι ύλης, κάτι που λύνει και τις αντιφάσεις που δημιούργησε η παλιά κβαντική θεωρία.

Το 1928 ο Dirac διατυπώνει την σχετικιστική του εξίσωση για το ηλεκτρόνιο και άλλα παρόμοια με αυτό σωματίδια (φερμιόνια), εξηγώντας ταυτόχρονα το σπιν και προβλέποντας την ύπαρξη του αντιηλεκτρονίου (ή ποζιτρονίου) και των αντισωματιδίων γενικότερα.

Το 1932 ο Anderson ανακαλύπτει το ποζιτρόνιο μελετώντας κοσμικές ακτίνες.

Στο σημείο αυτό η κβαντομηχανική δεν τελειώνει, αλλά τίθενται οι βάσεις για την εκρηκτική εξέλιξη της επιστήμης και της τεχνολογίας που γνώρισε η ανθρωπότητα. Αναπτύσσεται η πυρηνική φυσική και η μελέτη των στοιχειωδών σωματιδίων, η κβαντική χημεία, εμβαθύνεται η μελέτη των ημιαγωγών και εφευρίσκονται τα τρανζίστορ, οδηγώντας στην «ηλεκτρονική επανάσταση», ερμηνεύονται οι εσωτερικές διαδικασίες των άστρων, εφευρίσκονται τα λείζερ, ανακαλύπτεται η υπεραγωγιμότητα κλπ.

B₁. Το φως ως κύμα και σωματίδιο.

Ο Planck διατυπώνει την παραδοχή ότι η ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα « μέλαν σώμα » είναι κβαντωμένη. Οι τιμές που επιτρέπεται να πάρει είναι τα ακέραια πολλαπλάσια της ποσότητας $E=hf$, όπου h =η σταθερά του Planck και f =η συχνότητα της ακτινοβολίας.

Ο ίδιος εισήγαγε την κβάντωση της ενέργειας των φωτεινών κυμάτων ως ένα μαθηματικό τρίκ που παρήγαγε σωστά αποτελέσματα χωρίς να πιστεύει ότι είχε κάποια φυσική σημασία.

Το 1905 ο Einstein εφαρμόζει την παραδοχή του Planck στην ερμηνεία του Φωτοηλεκτρικού Φαινομένου και την επεκτείνει, θεωρώντας ότι η κβάντωση είναι μία ιδιότητα του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Η Υπόθεση των φωτονίων διατυπώνεται ως εξής: Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα αποτελείται από φωτόνια με ενέργεια $E=hf$, όπου h =η σταθερά του Planck και f =η συχνότητα του κύματος.

Η ορμή και όχι μόνο η ενέργεια είναι το φυσικό μέγεθος που πρέπει να ενυπάρχει στο κβάντο φωτός –το φωτόνιο - για να θεωρηθεί αυτό ως σωματίδιο. Πράγματι η ορμή του φωτονίου γράφεται $p= m c$ όπου c =η ταχύτητα του φωτός. Η

σχετικιστική σχέση που συνδέει τη μάζα και την ενέργεια είναι $E=mc^2$. Άρα $p = \frac{E}{c}$

$\Rightarrow p = \frac{hf}{c} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$. Η κυματοσωματιδιακή εικόνα του φωτός περιγράφεται από τις

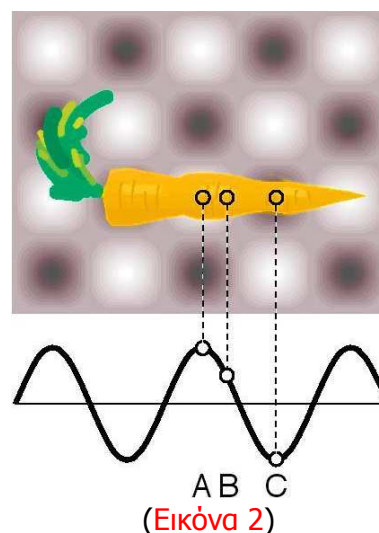
σχέσεις : $E = hf$ (6) και $p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$ (7).

Είναι δυνατό το φως να είναι και κύμα και σωματίδιο;

Τα κύματα υπόκεινται σε υπέρθεση και δίνουν φαινόμενα συμβολής, τα σωματίδια από την άλλη μπορούν να υπάρχουν μόνο σε ακέραιο πλήθος. Αν το φως ήταν μόνο σωματίδιο, θα έπρεπε στο πείραμα της διπλής σχισμής να μην προκύπτει το φαινόμενο της περίθλασης και αν δεν ήταν σωματίδιο δεν θα μπορούσαμε, ελαττώνοντας με διαδοχικά φίλτρα την ένταση μιας φωτεινής δέσμης, να καταγράψουμε με τη βοήθεια μιας ψηφιακής κάμερας διακριτές “τελείες” που

αντιστοιχούν σε διακριτά φωτόνια. Στην προσπάθεια εξήγησης του κυματοσωματιδιακού δυισμού του φωτός υπήρξαν δύο αποτυχημένες ερμηνείες. Η πρώτη απέδιδε τον κυματοσωματιδιακό δυισμό στην αλληλεπίδραση των φωτονίων προκειμένου να δώσουν φαινόμενα συμβολής. Αφού όμως και ένα μόνο φωτόνιο μπορεί να δώσει φαινόμενο περίθλασης, ποίο δρόμο ακολούθησε αυτό στο πείραμα της διπλής σχισμής; και τους δύο!! Αν με βάση την κυματική θεώρηση αυτό μοιάζει παράξενο, με τη σωματιδιακή είναι εντελώς αντίθετο με τη διαίσθηση μας. Η δεύτερη ήθελε το φωτόνιο να "σερφάρει" ευρισκόμενο πάνω σ' ένα "οδηγό" κύμα. Η παραδοχή αυτή μας επιτρέπει να δούμε το φωτόνιο ως δύο διαφορετικές οντότητες. Έτσι το φωτόνιο κάνει τα κυματικά του "κόλπα" δηλαδή υπερτίθεται και συμβάλλει, αλλά και ως σωματίδιο που σέβεται τον εαυτό του δεν εμφανίζεται την ίδια στιγμή σε δύο διαφορετικές θέσεις. Όμως, το φωτόνιο ως κύμα θα μπορούσε στην περίπτωση μιας αποσβεστικής συμβολής σχεδόν να μηδενίζεται σ' αυτή την περιοχή του χώρου και το σωματίδιο να μην οδηγείται εκεί. Η παραδοχή θα μπορούσε να ελεγχθεί πειραματικά αν μπορούσαν οι δύο οντότητες κύμα – σωματίδιο να αποσπαστούν και να δειχθεί πειραματικά ότι οι δύο οντότητες -η κυματική και η σωματιδιακή- υπάρχουν. Εφ' όσον κανένα μέχρι σήμερα τέτοιο πείραμα δεν έχει γίνει, η παραδοχή είναι άχρηστη ή αλλιώς δεν έχει επιστημονική λογική. Η σωστή ερμηνεία είναι η πιθανοκρατική ερμηνεία του κυματοσωματιδιακού δυισμού. Αυτή στηρίζεται στην ιδέα ότι η θέση του φωτονίου – σωματιδίου είναι τυχαία, αλλά η πιθανότητα αυτό να βρίσκεται σε μία συγκεκριμένη περιοχή του χώρου είναι μεγαλύτερη εκεί που το πλάτος του φωτονίου – κύματος είναι μεγαλύτερο. Ακριβέστερα η κατανομή πιθανότητας του σωματιδίου είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος. Αυτό οφείλεται αφενός μεν στο ότι η πυκνότητα ενέργειας ενός κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του και αφετέρου στην [Αρχή της Αντιστοιχίας](#), όπου προκειμένου να διατηρηθεί η αντιστοιχία μεταξύ Κλασικής Φυσικής και Κβαντομηχανικής πρέπει μακροπρόθεσμα η ενέργεια που αποθηκεύεται σε μία συγκεκριμένη περιοχή να είναι να είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους.

Σε φούρνο μικροκυμάτων δημιουργείται [Στάσιμο](#) Ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Η δισδιάστατη και μονοδιάστατη απεικόνιση του οποίου φαίνονται στην [Εικόνα 2](#). Τα γκρι πεδία αντιστοιχούν σε μηδενικό πεδίο, τα άσπρα και τα μαύρα σε μέγιστη ένταση πεδίου με τα άσπρα να αντιστοιχούν σε πεδίο αντίθετης κατεύθυνσης σε σχέση με τα μαύρα. Επειδή τα A και C αντιστοιχούν σε πλάτη του κύματος η πιθανότητα να ανιχνεύσουμε ένα φωτόνιο μικροκυμάτων είναι ίσες. Το διαφορετικό πρόσημο δεν μας απασχολεί διότι η πιθανότητα σχετίζεται με το τετράγωνο του πλάτους. Στο B όπου το πλάτος είναι περίπου το μισό η πιθανότητα ανίχνευσης φωτονίου είναι το $\frac{1}{4}$ της προηγούμενης.



B₂. Η ύλη ως κύμα.

Ένας νεαρός Γάλλος αριστοκράτης που σπούδαζε φυσική, ο [Louis De Broglie](#) διέτυπωσε στο διδακτορικό του το 1923 τη θέση ότι η πιθανοκρατική ερμηνεία του κυματοσωματιδιακού δυισμού για το φως θα μπορούσε να επεκταθεί και για τις βασικές δομικές μονάδες της ύλης όπως για παράδειγμα τα ηλεκτρόνια. Μόλις δύο

χρόνια αργότερα, οι Αμερικανοί φυσικοί C.J Davinson και L. Germer τυχαία επιβεβαιώνουν την ιδέα του De Broglie.

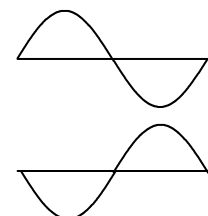
Τα ηλεκτρόνια είναι διαφορετικά από τα φωτόνια διότι:

1. Τα ηλεκτρόνια έχουν μάζα, ενώ τα φωτόνια δεν έχουν.
2. Τα φωτόνια κινούνται πάντοτε με την ταχύτητα του φωτός, ενώ τα ηλεκτρόνια μπορούν να κινούνται με οποιαδήποτε ταχύτητα μικρότερη του φωτός.
3. Τα φωτόνια δεν έχουν ηλεκτρικό φορτίο, ενώ τα ηλεκτρόνια έχουν, με αποτέλεσμα ηλεκτρικές δυνάμεις να επιδρούν σ' αυτά.
4. Τα ηλεκτρόνια ούτε αποβάλλονται, ούτε εκπέμπονται σε αντίθεση με τα φωτόνια και η καταστροφή ή δημιουργία εκ του μηδενός ενός ηλεκτρονίου θα παραβίαζε την αρχή διατήρησης του φορτίου.

Επομένως, οι σχέσεις που περιγράφουν τον κυματοσωματιδιακό δυισμό του

ηλεκτρονίου θα γραφούν χωρίς τη χρήση της ταχύτητας c , δηλαδή $E=hf$ και $p=\frac{h}{\lambda}$.

Αν το ηχητικό κύμα είναι ταλάντωση της ύλης και το φωτόνιο είναι ταλάντωση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, από τι είδους κύμα δημιουργείται το e ; Η απάντηση είναι ότι δεν υπάρχει άμεσα μετρήσιμη ποσότητα που να αντιστοιχιστεί το ίδιο το ηλεκτρονιακό κύμα. Ενώ υπάρχουν μικρόφωνα που καταγράφουν ταλαντώσεις της πίεσης του αέρα σε ένα ηχητικό κύμα και δέκτες ραδιοφώνου που μετρούν τις ταλαντώσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σ' ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, κανένας, ποτέ, δε βρήκε τρόπο να μετρήσει άμεσα ένα ηλεκτρονιακό κύμα. Μπορούμε, βέβαια, να καταγράψουμε την ενέργεια ή την ορμή του e , όπως την ενέργεια ενός φωτονίου, αν για παράδειγμα τοποθετούσαμε ένα chip ψηφιακής κάμερας σε ένα θάλαμο κενού. Αλλά αυτό μας επιτρέπει μόνο να ορίσουμε που το κύμα μεταφέρει ψηλή ή χαμηλή πιθανότητα, η οποία είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος. Αν η πυκνότητα πιθανότητας είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος και εκφράζει την πιθανότητα να βρίσκεται το e σε κάποια θέση κάποια χρονική στιγμή, μετρώντας το τετράγωνο του πλάτους δεν είναι το ίδιο με το να μετράς το ίδιο το κύμα. Επίσης, όπως, όταν υψώνεις στο τετράγωνο έναν θετικό ή αρνητικό αριθμό, έτσι και στον υπολογισμό μιας τιμής για το τετράγωνο του πλάτους δεν υπάρχει μία διάταξη μέτρησης που να διακρίνει δύο ηλεκτρονιακά κύματα όπως αυτά του **σχήματος 3**:



Σχήμα 3

Παρόλο που το ηλεκτρονιακό κύμα στερείται σημασίας, αφού δεν προσφέρει τη δυνατότητα για μέτρηση ή παρατήρηση, το αποδεχόμαστε όπως αποδεχόμαστε τις έννοιες χαρά, αγάπη κλπ που αν και μη μετρήσιμες υπάρχει ανάγκη να υπάρχουν. Δίνουμε λοιπόν σ' αυτό, το σύμβολο " Ψ " του γράμματος του ελληνικού αλφαβήτου και το ονομάζουμε **κυματοσυνάρτηση** του ηλεκτρονίου. Για λόγους απλούστευσης θεωρούμε ότι η "πυκνότητα πιθανότητας" = Ψ^2 .

Και τώρα θα έρθω στο σημείο εκείνο για το οποίο, ενώ ήθελα να κάνω αυτήν την ανάρτηση πολύ καιρό πριν, είχα ενδοιασμό. Αν κάποιος επιχειρούσε να παρουσιάσει σε ένα υποθετικό ακροατήριο και στα πλαίσια ενός υποθετικού εκπαιδευτικού συστήματος τις αρχές του κυματοσωματιδιακού δυισμού του φωτός και της ύλης, τι θα έλεγε σε ένα μαθητή που έχοντας πραγματικό ενδιαφέρον θα ρωτούσε: "Αν ακολουθούσαμε την παρακάτω πορεία, προκειμένου να υπολογίσουμε τη ορμή ενός ηλεκτρονίου :

$u = f \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{u}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{uh}{E}$, αντικαθιστώντας την ενέργεια E ενός ελεύθερου

ηλεκτρονίου με την κινητική του ενέργεια $E = \frac{1}{2} m u^2$ τότε έχουμε

$\lambda = \frac{uh}{\frac{1}{2} m u^2} = \frac{2h}{m u} \Rightarrow p = \frac{2h}{\lambda}$. Άρα στη γνωστή σχέση που δεχόμαστε $p = \frac{h}{\lambda}$ **ΤΙ ΕΓΙΝΕ**

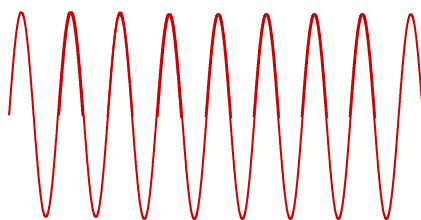
ο παράγοντας 2; "

Επειδή το αποτέλεσμα αυτό δεν μπορεί να αντιτίθεται στην πειραματική επαλήθευση της σχέσης $p = \frac{h}{\lambda}$, κάπου αλλού έχει γίνει λάθος.

Στη σωστή απορία η απάντηση είναι ότι **το λάθος που κάνουμε έχει να κάνει με το ότι δεν μπορούμε να απεικονίσουμε οτιδήποτε με ένα απλό ημιτονοειδές κύμα.**

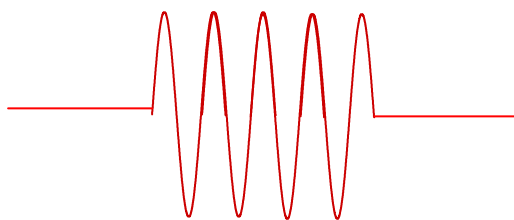
Το μόνο κύμα που από μαθηματικής άποψης έχει τελείως ορισμένο μήκος κύματος και συχνότητα είναι το ημιτονοειδές κύμα και μάλιστα όχι οποιοδήποτε ημιτονοειδές, αλλά ένα που εκτείνεται σε άπειρη απόσταση όπως αυτό στο **σχήμα 4**. Το α-φυσικό με ένα τέτοιο κύμα είναι ότι μη έχοντας αρχή και τέλος δε μας επιτρέπει να πούμε ότι εισέρχεται ή εγκαταλείπει μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε για να παράξουμε τη σχέση $p = \frac{2h}{\lambda}$ έγινε με τη χρήση της έννοιας

της ταχύτητας u η οποία αποκτά σημασία μόνο όταν μας πληροφορεί για το πόσο γρήγορα μεταφέρεται "κάτι" (πχ. μάζα, ενέργεια, ορμή). Στην περίπτωση του ημιτονοειδούς κύματος απείρου μήκους, η ταχύτητα δε μεταφέρει κάποιο φυσικό μέγεθος παρά μόνο "όρη και κοιλάδες". Αυτή η ταχύτητα δεν μπορεί να συνδεθεί με τη μεταφορά μιας φυσικής οντότητας (μάζα, ενέργεια, ορμή), στην περίπτωση που η ταχύτητα εξαρτάται από το μήκος κύματος. Αυτό συμβαίνει στα **κύματα διασποράς** που είδαμε στην ενότητα **A₂**.



Σχήμα 4. Ημιτονοειδές κύμα που εκτείνεται σε άπειρη απόσταση

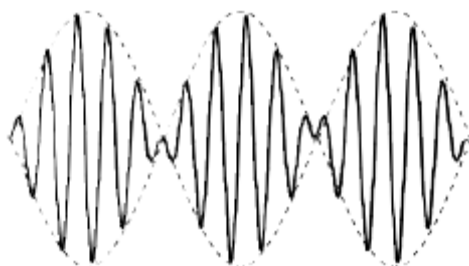
Το αμέσως επόμενο σε απλότητα κύμα θα ήταν ένα "τεμαχισμένο" ημιτονοειδές κύμα όπως αυτό στο **σχήμα 5** αλλά αυτό μοιραία θα είχε "κόμβους" στα άκρα του. Ένα τέτοιο κύμα μπορεί να προκύψει από την υπέρθεση (επαλληλία) μικρού αριθμού απλών ημιτονοειδών κυμάτων, αλλά δεν είναι δυνατόν σε αυτήν την περίπτωση να δημιουργηθούν "κόμβοι" οποιοδήποτε αριθμό κυμάτων κι αν συνθέσουμε.



Σχήμα 5. Περιορισμένου μήκους ημιτονοειδές κύμα

Το απλούστερο κύμα που θα μπορούσε να μεταφέρει "κάτι υπαρκτό" είναι, όπως αυτό στο **σχήμα 6** και ονομάζεται "**διακρότημα**". Θεωρούμε χάριν απλούστευσης ότι αυτό σχηματίζεται από την επαλληλία δύο ημιτονοειδών κυμάτων με παραπλήσιο, αλλά όχι ίδιο μήκος κύματος. Ένα τέτοιο κύμα γίνεται ισχυρότερο, όταν τα δύο ημιτονοειδή κύματα βρίσκονται σε φάση και ασθενέστερο όταν βρίσκονται εκτός φάσης. Αυτό το μοντέλο έχει την ιδιότητα να μεταφέρει περισσότερο φυσικό μέγεθος πχ. ενέργεια σε περιοχές ενισχυτικής συμβολής και λιγότερο σε περιοχές απόσβεσης. Καθώς το διακρότημα κινείται στο χώρο μεταφέρει από περιοχή σε περιοχή το φυσικό μέγεθος.

Η "διακεκομμένη" περιβάλλουσα έχει συχνότητα Δf τη διαφορά των συχνοτήτων των δύο κυμάτων που συνετέθησαν: $f_{\text{περιβάλλουσας}} = |f_1 - f_2|$. Η **ομαδική ταχύτητα** u_g είναι η ταχύτητα κίνησης της περιβάλλουσας.



Σχήμα 6. Διακρότημα που έχει προκύψει από τη σύνθεση δύο ημιτονοειδών κυμάτων με παραπλήσια μήκη κύματος.

Αν ορίσουμε ως $\kappa = \frac{1}{\lambda}$ (**κυματαριθμός**) όπου $\lambda =$ το μήκος κύματος και $\kappa_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ και

$\kappa_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, οι τιμές του κ για τα δύο ημιτονοειδή κύματα, τότε $\Delta \kappa = \kappa_1 - \kappa_2$ είναι αυτό που

αντιστοιχεί στην παράμετρο κ της περιβάλλουσας.

Άρα $u_g = f_{\text{περιβάλλουσας}} \lambda_{\text{περιβάλλουσας}} \Rightarrow u_g = \frac{\Delta f}{\Delta \kappa}$ ή αυστηρότερα $u_g = \frac{df}{d\kappa}$.

Η τελευταία έκφραση αποτελεί τον ορισμό της **ομαδικής ταχύτητας** για κυματικά πρότυπα που δημιουργούνται από την επαλληλία απλών ημιτονοειδών κυμάτων με συχνότητες και μήκη κύματος που εκτείνονται σε μια στενή περιοχή τιμών.

Από τη σχέση $u_g = \frac{df}{d\kappa} \Rightarrow u_g = \frac{d\left(\frac{E}{h}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \Rightarrow u_g = \frac{d\left(\frac{E}{h}\right)}{d\left(\frac{p}{h}\right)} \Rightarrow u_g = \frac{dE}{dp}$ αλλά για ένα μη

σχετικιστικό ηλεκτρόνιο $E = \frac{p^2}{2m}$. Άρα $u_g = \frac{d\left(\frac{p^2}{2m}\right)}{dp} \Rightarrow u_g = \frac{p}{m} = u !!$

Δηλαδή **είναι** η ομαδική ταχύτητα που προκύπτει από την υπέρθεση κυμάτων De Broglie που αντιστοιχεί στην ταχύτητα του ηλεκτρονίου. **Ο παράγοντας 2** οφείλεται στην φασική ταχύτητα που δεν έχει καμία φυσική σημασία αφού εκφράζει την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που συγκροτούν το διακρότημα ή **κυματοδέμα**. Όμως, αξίζει να δούμε το θέμα και μέσα από τη σχέση (4) που αποδείξαμε στα **κύματα διασποράς**.

Η φασική ταχύτητα είναι $u_p = \lambda f \Rightarrow u_p = \lambda \frac{E}{h} \Rightarrow u_p = \lambda \frac{p^2}{h} \Rightarrow$

$$u_p = \frac{\lambda p^2}{h} \Rightarrow u_p = \frac{\lambda}{h} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 = \frac{\lambda}{h} \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{h}{2m\lambda} \quad (8). \text{ Η φασική ταχύτητα εξαρτάται}$$

από το μήκος κύματος, δηλαδή το κατά De Broglie κύμα ενός ηλεκτρονίου που ταξιδεύει στο κενό, συμπεριφέρεται σαν να ταξιδεύει σ' ένα μέσο διασποράς!!. Από (4) και (8) προκύπτει:

$$u_g = u_p - \lambda \frac{du_p}{d\lambda} \Rightarrow u_g = \frac{h}{2m\lambda} - \lambda \frac{d\left(\frac{h}{2m\lambda}\right)}{d\lambda} \Rightarrow u_g = \frac{h}{2m\lambda} + \frac{h}{2m\lambda} \Rightarrow u_g = 2 \frac{h}{2m\lambda}$$

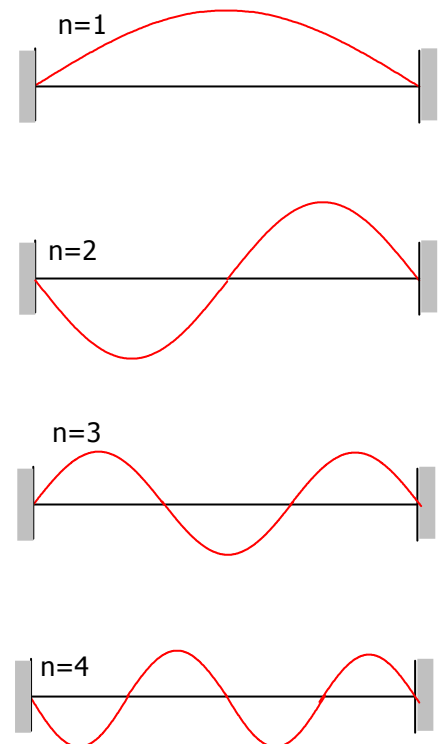
$$\Rightarrow u_g = \frac{h}{m\lambda} \stackrel{(7)}{\Rightarrow} u_g = \frac{p}{m} = u !!$$

*Η απόδειξη μπορεί να γίνει και για σχετικιστική κίνηση του ηλεκτρονίου. Με την ευκαιρία αυτή να πούμε ότι η ταχύτητα ομάδας (group velocity) u_g θεωρείται ως η ταχύτητα διάδοσης της ενέργειας ή της πληροφορίας και στις περισσότερες περιπτώσεις ταυτίζεται με την ταχύτητα σήματος (signal velocity). Επειδή από τη δεκαετία του '80 έχει επιτευχθεί σε κατάλληλα μέσα παλμοί φωτός από laser να έχουν ταχύτητα ομάδας που υπερβαίνει την ταχύτητα του φωτός, αυτό δεν σημαίνει κατάρριψη της Θεωρίας της Σχετικότητας γιατί και σε αυτές τις περιπτώσεις η ταχύτητα σήματος παραμένει μικρότερη της ταχύτητας του φωτός στο κενό.

Επειδή συνήθως τα ηλεκτρόνια βρίσκονται δεσμευμένα στα άτομα, δηλαδή μέσα σε μία μικρή περιοχή του χώρου, μπορούμε χωρίς να αναφερθούμε σε λεπτομέρειες που αφορούν την πραγματική περιγραφή του ατόμου να πούμε ότι το απλούστερο μοντέλο μιας δέσμιας κατάστασης είναι ένα σωματίδιο μέσα σ' ένα κουτί που, όταν συναντάται με ένα τοίχωμα, εξαναγκάζεται από μια μεγάλη δύναμη να γυρίσει πίσω. Η ιδέα ότι ένα ηλεκτρόνιο αναπηδά σ' ένα τοίχωμα θα δημιουργούσε τη λανθασμένη εντύπωση ότι το ηλεκτρόνιο έχει μια συγκεκριμένη διαδρομή. Επομένως, ορθότερο θα ήταν να περιγραφεί το ηλεκτρόνιο ως ένα κύμα που υφίσταται 100% ανάκλαση στα τοιχώματα του κουτιού.

Για λόγους απλούστευσης θεωρούμε ένα ηλεκτρόνιο ελεύθερο να κινηθεί σε μία διάσταση –κατά μήκος μιας γραμμής- και αντιστοιχίζουμε σ' αυτό **στάσιμα κύματα** όπως αυτά που σχηματίζονται στα μουσικά όργανα και εικονίζονται στο **σχήμα 7**. Τα στάσιμα κύματα πρέπει να δίνουν δεσμούς στα άκρα του κουτιού, αφού τα τοιχώματα είναι αδιαπέραστα και η πιθανότητα το ηλεκτρόνιο να βρίσκεται εκτός του κουτιού είναι μηδενική. Κάθε περίπτωση στάσιμου κύματος αντιστοιχεί σε μια "κατάσταση" του συστήματος "σωμάτιο σε κουτί". Κάθε μήκος κύματος αντιστοιχεί σε μία τιμή ορμής και κάθε τιμή ορμής αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη τιμή

κινητικής ενέργειας με βάση τη σχέση $E = \frac{p^2}{2m}$. Δηλαδή η



(Σχήμα 7)

ενέργεια είναι κβαντισμένη μ' έναν άλλο τύπο κβάντωσης που έχει να κάνει με τις ενέργειες που ένα μόνο σωματίδιο μπορεί να έχει. Ο προηγούμενος ήταν $E=h f$ και περιορίζει τον αριθμό των σωματιδίων αφού προϋποθέτει κάποιο μήκος κύματος και κάποια ενέργεια για κάθε σωματίδιο. Αμφότερα –φωτόνια και σωματίδια (ηλεκτρόνια)- σε κατάλληλες συνθήκες εκδηλώνουν και τα δύο είδη κβάντωσης. Κάθε σωματίδιο έχει μία ελάχιστη κινητική ενέργεια. Δεν μπορεί να υπάρξει κατάσταση με ενέργεια μικρότερη από αυτήν στην κατάσταση με $n=1$ που ονομάζεται **θεμελιώδης κατάσταση**. Οι καταστάσεις αυτές λέγονται **δέσμιες** ή **στάσιμες καταστάσεις**.

Μεγάλα μήκη κύματος αντιστοιχούν σε χαμηλές ορμές και ενέργειες.

Όσο μικρότερη είναι η περιοχή στην οποία περιορίζεται το σωματίδιο, τόσο υψηλότερη πρέπει να είναι η κινητική ενέργεια, διότι μεγάλα μήκη κύματος δίνουν χαμηλότερες ενέργειες.

B₃.Ατομικό Πρότυπο Bohr, Στάσιμο κύμα και κβάντωση της Στροφορμής

Η επιστήμη της οπτικής φασματοσκοπίας αρχίζει το 1802 όταν ο **William Wollaston (1766-1828)**, Άγγλος φυσικός και χημικός ανακαλύπτει έναν αριθμό από έντονες σκοτεινές γραμμές (γραμμές απορρόφησης) να υπερτίθενται στο συνεχές ηλιακό φάσμα. Αρκετά χρόνια αργότερα, αυτές οι γραμμές μελετήθηκαν λεπτομερώς από το Γερμανό οπτικό **Joseph Von Fraunhofer (1787-1826)** ο οποίος μέτρησε και απαρίθμησε και υπολόγισε τα μήκη κύματος σχεδόν 600 γραμμών στο ηλιακό φάσμα. Εργαστηριακά πειράματα που ακολούθησαν αποκάλυψαν ότι κάθε στοιχείο παρουσιάζει ένα διακριτό σετ από έντονες γραμμές εκπομπής. Επειδή τα μήκη κύματος δεν ακολουθούσαν κάποιο απλό αρμονικό σχήμα (όπως στην περίπτωση των δονούμενων χορδών και αέριων στηλών), η προέλευση αυτών των γραμμών παρέμενε μυστήριο. Η πρώτη μικρή πρόοδος έγινε το 1885 όταν ο **Johann Balmer (1825-1898)**, ένας Ελβετός δάσκαλος μουσικής που ενδιαφερόταν ιδιαίτερα για τους αριθμούς (άραγε να φανταζόταν τη σχέση των στασίμων κυμάτων στα έγχορδα και πνευστά μουσικά όργανα και τα άτομα;) ανακάλυψε ότι τα μήκη κύματος στο οπτικό φάσμα του υδρογόνου θα μπορούσαν να παρασταθούν από ένα απλό τύπο. Ο Balmer πέτυχε εξαιρετικά καλή συμφωνία μεταξύ των μηκών κύματος που υπολόγισε από

αυτόν τον τύπο ($\lambda = \frac{A m^2}{m^2 - 4}$, όπου $A =$ μία σταθερά $= 3.645,6 \text{ \AA}$) και αυτών που είχαν

μετρηθεί με υψηλή ακρίβεια από το Σουηδό φασματοσκόπο **Anders Angstrom (1814-1874)**. Ένας πιο χρήσιμος τύπος από τον τύπο του Balmer δόθηκε από έναν άλλο

Σουηδό φασματοσκόπο τον **Johannes Rydberg (1854-1919)** ($\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$ με

$n_i > n_f$ με $n_f=2$ για τις σειρές των γραμμών Balmer στο φάσμα του υδρογόνου και $R = \eta$ σταθερά του Rydberg με τιμή $R = 1,0968 \pm 0,0005) 10^7 \text{ m}^{-1}$). Παρόλο που ο τύπος του Rydberg έδινε ακριβώς τα πειραματικά δεδομένα, ο λόγος ήταν παντελώς άγνωστος.

Ο N. Bohr μετά από μία επίσκεψή του στο εργαστήριο του **Rutherford** το 1912 μαθαίνει για το μοντέλο του πυρηνικού ατόμου και αποδέχεται την ιδέα πλήρως. Η κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία όμως επιβάλλει ότι ένα ηλεκτρόνιο θα ακτινοβολούσε την ενέργειά του περιστρεφόμενο γύρω από τον πυρήνα σε χρόνο περίπου 10^{-6} s ακολουθώντας μία σπειροειδή τροχιά προς τον πυρήνα. Άρα πως το άτομο είναι μια σταθερή κατασκευή;

Η λύση βρίσκεται στην παρατήρηση ότι μία δέσμια κατάσταση έχει μια ελάχιστη ενέργεια. Ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται σε μία κατάσταση υψηλότερης ενέργειας μπορεί, εκπέμποντας φωτόνια να βρεθεί είτε απευθείας είτε διαδοχικά στη βασική

κατάσταση από την οποία καμία περαιτέρω εκπομπή φωτονίου είναι αδύνατο να συμβεί διότι δεν υπάρχει κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας.

Σε μία σειρά πέντε δημοσιεύσεων που έγιναν μεταξύ του 1913 και του 1915 ο N.Bohr θεμελιώνει μία θεωρία για το ατομικό πρότυπο του υδρογόνου στην οποία ενσωματώνει την υπόθεση του φωτονίου των M.Planck και A.Einstein στο ατομικό πρότυπο του Rutherford. Ο N. Bohr αναπτύσσει τη θεωρία του πάνω στις ακόλουθες 4 βασικές αρχές:

1. Τα ηλεκτρόνια κινούνται σε κυκλικές τροχιές γύρω από τον πυρήνα με την επίδραση της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb.
2. Από ένα άπειρο αριθμό τροχιακών καταστάσεων που είναι δυνατές, σύμφωνα με την κλασική θεωρία, επιτρέπονται μόνο εκείνες οι καταστάσεις στις οποίες το ατομικό σύστημα κατέχει συγκεκριμένες διακριτές ενέργειες. Αυτές οι καταστάσεις ονομάζονται και σταθερές (στάσιμες) καταστάσεις.
3. Ένα άτομο μπορεί να επιδράσει με την ακτινοβολία, κάνοντας μία ξαφνική και ασυνεχή μεταφορά από μία από αυτές τις σταθερές καταστάσεις σε μία άλλη, με εκπομπή ή απορρόφηση ενός quantum ενέργειας, δηλαδή ενός φωτονίου του οποίου η ενέργεια είναι ακριβώς ίση με τη διαφορά των ενεργειών μεταξύ των δύο καταστάσεων.
4. Υπάρχει μία κατάσταση ελάχιστης ενέργειας του ατόμου που ονομάζεται **βασική κατάσταση (ground state)** από την οποία καμία περαιτέρω εκπομπή δεν επιτρέπεται ακόμα κι αν σε αυτήν την κατάσταση τα φορτία εκτελούν επιταχυνόμενες κινήσεις.

Στο απλουστευμένο μοντέλο για το άτομο του υδρογόνου όπου δε λαμβάνουμε υπόψη μας την περιστροφή του ηλεκτρονίου και του πυρήνα γύρω από το κέντρο μάζας του συστήματός τους έχουμε:

Η κεντρομόλος δύναμη $F_K = ma_K$ (Newton "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" 1687) που απαιτείται για να προσδώσει στο ηλεκτρόνιο την απαραίτητη κεντρομόλο επιτάχυνση είναι η δύναμη Coulomb $F_{\eta\lambda} = F$ (ο Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) απέδειξε τον ομώνυμο νόμο το 1785), άρα

$$K_{\eta\lambda} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{u^2}{r} \Rightarrow u = e \sqrt{\frac{K_{\eta\lambda}}{mr}} \quad (9).$$

Η κινητική ενέργειά του είναι $K = \frac{1}{2} m u^2 \Rightarrow K = K_{\eta\lambda} \frac{e^2}{2r}$ (10).

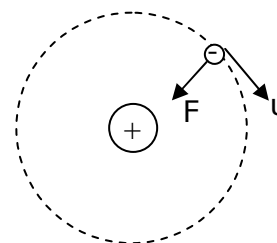
Η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια του συστήματος είναι $U = -\frac{K_{\eta\lambda} e^2}{r}$ (11).

Άρα η ολική ενέργεια E είναι: $E = U + K \xrightarrow{(2)} \xrightarrow{(3)} E = -K_{\eta\lambda} \frac{e^2}{2r}$ (12).

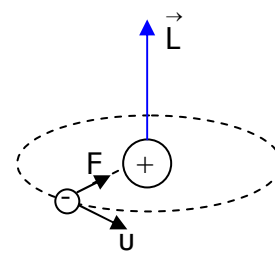
Η διαδικασία μέχρι εδώ έχει χαρακτήρα που περιορίζεται αυστηρά στα πλαίσια της κλασικής μηχανικής. Στο σημείο αυτό ο Bohr βλέπει ότι για να επιτύχει το επιθυμητό αποτέλεσμα που ήταν οι κβαντισμένες ενεργειακές καταστάσεις έπρεπε να υποθέσει ότι η στροφορμή του ηλεκτρονίου (Σχήμα 9) μπορεί να έχει τιμές που είναι μόνο ακέραια πολλαπλάσια μιας βασικής ποσότητας. Δηλαδή

$$L = m u r = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{με } n = 1, 2, 3, \dots$$

Από την τελευταία σχέση και τη σχέση (9) προκύπτει ότι οι ακτίνες των επιτρεπόμενων τροχιών είναι:



(Σχήμα 8)



(Σχήμα 9)

$$r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 m K_{\eta\lambda} e^2} \Rightarrow r_n = n^2 r_1 \text{ όπου}$$

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m K_{\eta\lambda} e^2} \text{ η ακτίνα της μικρότερης επιτρεπόμενης τροχιάς.}$$

Από την τελευταία σχέση και τη σχέση (12) αντίστοιχα προκύπτει ότι οι ενέργειες στις επιτρεπόμενες τροχιές δίνονται από τη σχέση: $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ όπου $E_1 =$ η ελάχιστη ενέργεια στην επιτρεπόμενη τροχιά με $n=1$ που υπολογίζεται $E_1 = -13,6\text{eV}$.

Γιατί κβάντωση της στροφορμής;

Στο απλούστερο άτομο, αυτό του υδρογόνου καθώς το ηλεκτρόνιο είναι δέσμιο του πρωτονίου μέσω της δύναμης Coulomb θα παρουσιάζει ένα σύνολο διακριτών ενεργειακών καταστάσεων η κάθε μία από τις οποίες θα αντιστοιχεί σ' ένα συγκεκριμένο πρότυπο (pattern) στάσιμου κύματος (κύματος De Broglie).

Για να καταλάβουμε ποιες είναι αυτές οι ενεργειακές καταστάσεις και ποιες οι ιδιότητές τους πρέπει να βρούμε έναν τρόπο να τις διακρίνουμε (ταξινομήσουμε) με βάση κάποια ιδιότητα που περιγράφεται από ένα φυσικό μέγεθος. Το λογικό είναι να χρησιμοποιήσουμε μεγέθη που διατηρούνται.

Η **ενέργεια** είναι ένα από αυτά. Δυστυχώς, όμως, δεν είναι επαρκές, διότι σε διαφορετικά πρότυπα – μοντέλα στασίμων κυμάτων ενεργειακών καταστάσεων το άτομο μπορεί να έχει την ίδια ενέργεια.

Η **ορμή** είναι επίσης μέγεθος που διατηρείται αλλά στο άτομο του υδρογόνου η δύναμη Coulomb μεταξύ ηλεκτρονίου και πρωτονίου δρα έτσι ώστε να γίνεται διαρκώς ανταλλαγή ορμής μεταξύ τους.

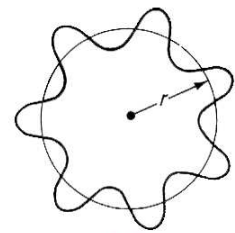
Η **στροφορμή** πράγματι μπορεί να βοηθήσει στην ταξινόμηση διότι η δύναμη μεταξύ ηλεκτρονίου – πρωτονίου είναι κεντρική και δεν παράγει ροπή.

Μία από τις πρώτες επιτυχίες της θεωρίας του κυματοσωματιδιακού δυισμού του De Broglie ήταν ότι υποδείκνυε τον υποκείμενο αριθμό για τις διακριτές τροχιές στο ατομικό πρότυπο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου.

Από τη συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής $m v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$

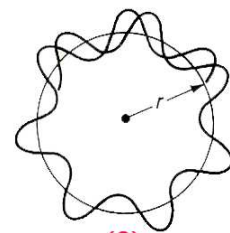
και τη σχέση που δίνει το κατά De Broglie μήκος κύματος στη νιοστή τροχιά $\lambda_n = \frac{h}{p_n}$ προκύπτει ότι:

$$m v_n r_n = n \frac{\lambda_n p_n}{2\pi} \Rightarrow 2\pi r_n = n \lambda_n \text{ με } n=1, 2, 3, \dots$$



(α)

Το μοντέλο των στάσιμων κυμάτων De Broglie για την τροχιά με $n=7$.



(β)

Εάν τα n μήκη κύματος δεν προσαρμόζονταν ακριβώς στην περιφέρεια της τροχιάς θα είχαμε φαινόμενα αποσβεστικής συμβολής και τα στάσιμα κύματα δε θα μπορούσαν να δημιουργηθούν.

(Σχήμα 10)

Η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η περιφέρεια της νιοστής τροχιάς Bohr ($2\pi r_n$) είναι ίση με n κατά De Broglie μήκη κύματος που αντιστοιχούν σε αυτήν την τροχιά. Έτσι, τα κύματα De Broglie είναι **στάσιμα κύματα** και υπάρχουν λόγω της αυτοενίσχυσής τους (Σχήμα 10.α). Αν η περιφέρεια της τροχιάς δεν ήταν ακριβώς ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο μηκών κύματος των κατά De Broglie κυμάτων τα κύματα θα ήταν εκτός

φάσης και αντί να συναντώνται ομαλά και ενισχυτικά, γρήγορα θα καταστρέφονταν, λόγω αποσβεστικής συμβολής! (Σχήμα 10.β)

Το ατομικό πρότυπο Bohr παρουσιάζει προβλήματα εξαρχής και η αναφορά σε αυτό σήμερα γίνεται για ιστορικούς λόγους.

Η ιδέα του κυματοσωματιδιακού δυισμού που προτάθηκε από τον De Broglie το 1924 σήμανε το τέλος της "παλιάς" κβαντικής θεωρίας που βασιζόταν στην κλασική μηχανική και στον κανόνα κβάντωσης των Wilson-Sommerfeld και την αρχή της "νέας" κβαντικής θεωρίας που βασιζόταν στην κβαντομηχανική. Αρχικά, από τις εργασίες των Schrodinger και Heisenberg, καθώς και του Born οι οποίες ξεπήδησαν δύο χρόνια αργότερα, οι ιδέες των τροχιών του ηλεκτρονίου εγκαταλείφθηκαν και οι περιγραφές δίνονταν με όρους κυμάτων και πιθανοτήτων.

ΣΧΟΛΙΑ

1. Ο ένας από τους δύο λόγους για τους οποίους ήθελα να κάνω αυτήν την ανάρτηση είναι ότι με εντυπωσιάζει το γεγονός ότι η ιδέα της κβάντωσης κάποιων φυσικών μεγεθών που προτάθηκε στις αρχές του 20^{ου} αιώνα και άλλαξε την εικόνα και την αντίληψη που έχουμε σήμερα για τη φυσική πραγματικότητα έχει την αναφορά της σε μια "πρόδρομο" ιδέα γνωστή, περίπου 150 χρόνια πριν, που σχετίζεται με τα στάσιμα κύματα και έχει να κάνει με την κβάντωση των τιμών συχνότητας για τις οποίες αυτά σχηματίζονται.

2. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι μια θεωρία που φέρεται ως παρωχημένη (ατομικό πρότυπο Bohr) και για την οποία έχει διατυπωθεί η άποψη "γιατί να διδάσκεται, όταν στα πλαίσια του μαθήματος της Χημείας της Γ' Λυκείου οι μαθητές διδάσκονται τροχιακά", κατά την προσωπική μου άποψη, παρουσιάζει ενδιαφέρον, στην περίπτωση μάλιστα, που θα διδασκόταν στα πλαίσια ενός ενοποιημένου μαθήματος Φυσικής για τους υποψηφίους των Θετικών σχολών και στα πλαίσια ενός άλλου αναλυτικού προγράμματος. Πιο συγκεκριμένα, θα μπορούσα να πω ότι στην παρουσίαση της συγκεκριμένης θεωρίας ο διδάσκων και ο μαθητής χρειάζεται να προστρέξουν στις εξής έννοιες και νόμους: [Κεντρομόλος δύναμη](#) (κατά τη γνώμη μου προαπαιτούμενη γνώση για την προαγωγή από την Α' Λυκείου), [Νόμος Coulomb](#) και η έννοια της [Δυναμικής Ηλεκτρικής ενέργειας](#) (κατά τη γνώμη μου προαπαιτούμενες γνώσεις για την προαγωγή από την Β' Λυκείου) και από τη διδακτέα ύλη της Γ' Λυκείου οι έννοιες: [Στάσιμο κύμα](#), [Στροφορμή](#), [κυματοσωματιδιακός δυισμός](#), [κβάντωση φυσικών μεγεθών](#). Ίσως, είναι από τις πιο χαρακτηριστικές περιπτώσεις όπου ο μαθητής καλείται να χρησιμοποιήσει γνώσεις από όλη σχεδόν την ύλη που έχει διδαχτεί στο Λύκειο.

3. Η ιστορική αναδρομή σχετικά με τα κυματικά και ταλαντωτικά φαινόμενα που παρατίθεται στην αρχή της ανάρτησης είναι από την εισαγωγή του βιβλίου "[Wave motion in Elastic Solid](#)" Karl E. Graff, Couter Dover Publications. Οι δύο εικόνες, καθώς και κάποια αποσπάσματα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από τις ενότητες "[Vibrations and waves](#)" και "[The modern Revolution in Physics](#)" του Benjamin Crowell. Η απόπειρα μετάφρασης δε, είναι του γράφοντος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. *Wave motion in Elastic Solid*" Karl E. Graff, Couter Dover Publications
2. *Vibrations and waves*" και "*The modern Revolution in Physics*" του Benjamin Crowell
3. *Physics for science and engineering*, Jerry B. Marion & William F. Hornyak, Holt-Saunders International Edition

Ξ. Στεργιάδης